Modelo ¨0¨ 2021

E9- (Probabilidad y estadística)

Una corporación informática utiliza 3 bufetes de abogados para resolver casos legales en los tribunales. El bufete A recibe el 30% de los casos legales y gana en los tribunales el 60% de los casos presentados, el bufete B recibe el 50% de los casos legales y gana el 80% de los casos presentados, mientras que el bufete C recibe el 20% de los casos legales y gana el 70% de los casos presentados.

a) Se consideran los sucesos A = "caso adjudicado al bufete A", B = "caso adjudicado al bufete B", C = "caso adjudicado al bufete C", G = "caso ganado". Deduzca del enunciado los valores de $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(G / A)$, $P(G /B)$, $P(G / C)$. **(0,5 puntos)**

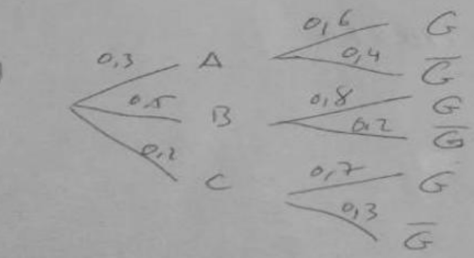
b) Se elige al azar uno de los casos presentados en los tribunales. Determine la probabilidad de que la empresa gane el caso. **(0,5 puntos)**

c) Si se ha ganado el caso elegido, calcule la probabilidad de que haya sido encargado al bufete A. **(1 punto)**

Sucesos: A = "Caso adjudicado al bufete A"
B = " " " " " B"
C = " " " " " C"
G = "Caso ganado" $\overline{G}$ = "Perder el caso"

a) $P(A) = 0,3$ $P(G/A) = 0,6$
$P(B) = 0,5$ $P(G/B) = 0,8$
$P(C) = 0,2$ $P(G/C) = 0,7$

b)



b) Por el teorema de la probabilidades totales: $P(G) = 0,3 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,7 = \boxed{0,72}$

c) Por el teorema de Bayes:

$$P(A/G) = \frac{0,3 \cdot 0,6}{0,72} = \boxed{0,25}$$

E10.- (Probabilidad y estadística

La variable aleatoria IMC (índice de masa corporal, de modo abreviado) de las personas adultas de un determinado país sigue una distribución normal de media 26 y desviación típica de 6. Si tener un IMC superior a 35 significa ser obeso, encontrar la proporción de personas adultas obesas de ese país. **(2 puntos)**

Variable $X = IMC \equiv N(26,6)$

$P(X > 35)$?

$P(X > 35) = P\left(Z > \frac{35-26}{6}\right) = P(Z > 1{,}5) =$

$= 1 - P(Z \leq 1{,}5) = 1 - 0{,}9332 = \boxed{0{,}0668}$

La proporción de ser obeso es de 6,68 %.

Julio 2020 Septiembre 2020

E9.- (Probabilidad y estadística)

El peso de los alumnos de 2º de bachillerato de un instituto de León, sigue una distribución normal, de media 75 kg y de desviación típica 5. Si se elige al azar un alumno, calcular la probabilidad de que:

a) Tenga un peso entre 70 y 80 kg. **(1 punto)**

b) Tenga un peso superior a 85 kg. **(1 punto)**

a) $p(70 \leq x \leq 80) = p\left(\frac{70-75}{5} \leq z \leq \frac{80-75}{5}\right) = p(-1 \leq z \leq 1) = p(z \leq 1) - p(z \leq -1) = p(z \leq 1) - [1 - p(z \leq 1)] = 0{,}8413 - 1 + 0{,}8413 = 0{,}6826$

b)

$$p(x > 85) = p\left(z \geq \frac{85-75}{5}\right) = p(z \geq 2) = 1 - p(z \leq 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$$

E10.- (Probabilidad y estadística)

La probabilidad de que a un puerto llegue un barco de tonelaje bajo, medio o alto es 0,6, 0,3 y 0,1, respectivamente. La probabilidad de que necesite mantenimiento en el puerto es 0,25 para los barcos de bajo tonelaje, 0,4 para los de tonelaje medio y 0,6 para los de tonelaje alto.

a) Si llega un barco a puerto, calcule la probabilidad de que necesite mantenimiento. **(1 punto)**

b) Si un barco ha necesitado mantenimiento, calcule la probabilidad de que sea de tonelaje medio. **(1 punto)**

a) $p(mantenimiento) = p(Bajo \cap M) + p(Medio \cap M) + p(Alto \cap M) = 0{,}6 \cdot 0{,}25 + 0{,}3 \cdot 0{,}4 + 0{,}1 \cdot 0{,}6 = 0{,}33$

b) $p\left({}^{Medio}/_{M}\right) = \frac{p(Medio \cap M)}{p(M)} = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}4}{0{,}33} = 0{,}36$

Junio 2019

E5.- Las notas de Matemáticas II de 500 alumnos presentados al examen de EBAU tienen una distribución normal con media 6,5 y desviación típica 2.

a) Calcule la probabilidad de que un alumno haya obtenido más de 8 puntos. **(1 punto)**

b) ¿Cuántos alumnos obtuvieron notas menores de 5 puntos? **(1 punto)**

5 500 alumnos Notas $= X \sim N(6{,}5\,;\,2)$

a) $P(X>8) = P\left(Z > \frac{8-6{,}5}{2}\right) = P(Z > 0{,}75) = 1 - P(Z \leq 0{,}75) =$

$= 1 - 0{,}77337 = \boxed{0{,}22663} \longrightarrow 22{,}663\,\%$

b) Hallamos el % de alumnos con notas <5:

$P(X<5) = P\left(Z < \frac{5-6{,}5}{2}\right) = P(Z < -0{,}75) =$

$= 1 - P(Z \leq 0{,}75) = 1 - 0{,}77337 = 0{,}22663$

El $22{,}663\,\%$ sacaron menos de un cinco $\Rightarrow$ $\boxed{\text{113 alumnos sacaron menos de un 5}}$

E5.-En una competición de tiro olímpico hay 10 rifles, 4 con visor telescópico y 6 sin él. La probabilidad de que un tirador haga blanco con un rifle con visor telescópico es 0,95 y sin él es de 0,65.

a) Halla la probabilidad de hacer blanco escogiendo un rifle al azar. **(1 punto)**

b) Si el tirador hace blanco. ¿Es más probable que haya disparado con un rifle con visor telescópico o sin él? **(1 punto)**

(5) Tenemos 10 rifles, 4 con visor y 6 sin visor.

Definimos los siguientes sucesos:

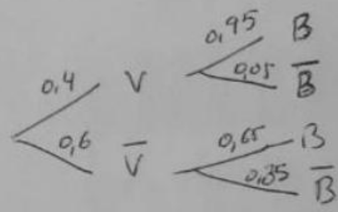
V = "elegir rifle con visor" $\quad \overline{V}$ = "elegir rifle sin visor".

B = "Hacer blanco" $\quad \overline{B}$ = "No hacer blanco"

Sabemos que $P(V) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4 \Rightarrow P(\overline{V}) = \frac{3}{5} = 0{,}6$

y que $P(B/V) = 0{,}95$ y $P(B/\overline{V}) = 0{,}65$.

Hacemos el diagrama de árbol:



$\rightarrow P(V \cap B) = 0{,}4 \cdot 0{,}95 = 0{,}38$

(Regla del Producto)

$\rightarrow P(\overline{V} \cap B) = 0{,}6 \cdot 0{,}65 = 0{,}39$

Por lo tanto, eligiendo un rifle al azar la probabilidad de hacer blanco es: $P(B) = P(V \cap B) + P(\overline{V} \cap B) = \boxed{0{,}77}$

por el teorema de las probabilidades totales.

Sabiendo que ha hecho blanco calculamos las probabilidades de elegir un rifle con visor o sin visor, es decir,

$$P(V/B) = \frac{0{,}38}{0{,}77} = 0{,}4935 \quad \text{(Por el Teorema de Bayes)}$$

$$P(\overline{V}/B) = \frac{0{,}39}{0{,}77} = 0{,}5065$$

Luego es más probable que haya disparado con un rifle sin visor.

Julio 2019

E5- La temperatura del cuerpo humano sigue una distribución normal de media 37ºC y desviación típica 0,5ºC.

a) Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona esté comprendida entre 36ºC y 38ºC **(1 punto)**

b) Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona sea menor que 36,5ºC. **(1 punto)**

Se trata de una distribución normal N(37,0'5). Calculemos las probabilidades pedidas:

a)

Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona esté comprendida entre 36ºC y 38ºC.

Me piden $\mathbf{p(36 \le X \le 38) =} \ p\left(\frac{36 - 37}{0'5} \le Z \le \frac{38 - 37}{0'5}\right) = p(-2 < Z \le 2) =$

$= p(Z \le 2) - p(Z \le -2) = p(Z \le 2) - [1 - p(Z \le 2)] = 2 \cdot p(Z \le 2) - 1 = 2 \cdot 0'9772 - 1 = \mathbf{0'9544}$.

b)

Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona sea menor que 36,5ºC.

Me piden $\mathbf{p(X \le 5) =} \ p\left(Z \le \frac{36'5 - 37}{0'5}\right) = p(Z \le -1) = 1 - p(Z \le 1) = 1 - 0'8413 = \mathbf{0'1587}$.

E5.- En una empresa de alquiler de vehículos con conductor**:**

• Trabajan 50 conductores de menos de 45 años, de los cuales 15 hablan inglés.

• Trabajan 30 conductores de entre 45 y 55 años, de los cuales 6 hablan inglés.

• Trabajan 20 conductores de más de 55 años, de los cuales 3 hablan inglés.

Considerando los sucesos: $A =$ "tener menos de 45 años", $B =$ "tener entre 45 y 55 años", $C =$ "tener más de 55 años" e $I =$ "hablar inglés":

a) Calcular $P(I/A)$, $P(I/B)$ y $P(I/C)$. **(0,9 puntos)**

b) Si se elige al azar un conductor, y éste habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 45 años? **(1,1 puntos)**

Tenemos conductores 50 + 30 + 20 = 100, luego p(A) = 50/100 = 0'5, p(B) = 30/100 = 0'3 y p(C) = 0'2.
Tenemos que hablan inglés 15 + 6 + 3 = 24.

a)

Calcular **P(I / A)**, **P(I / B) y P(I / C)**

Las probabilidades que piden nos las dan directamente:

P(I / A) =15/50 = **0'3.**

P(I / B) = 6/30 = **0'2.**

P(I / C) = 3/20 = **0'15.**

b)

Si se elige al azar un conductor, y éste habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 45 años?

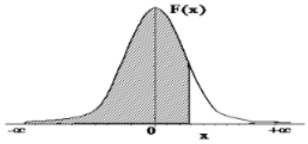
Me piden **p(A/I).** Aplicando el teorema de Bayes, tenemos:

$$\mathbf{p(A/I) =} \frac{p(A \cap I)}{p(I)} = \frac{p(A).p(I/A)}{p(I)} = \frac{p(A).p(I/A)}{p(A).p(I/A)+p(B).p(I/B)+p(C).p(I/C)} \mathbf{=}$$

$$\mathbf{=} = \frac{(0'5).(0'3)}{(0'5)\cdot(0'3)+(0'3)\cdot(0'2)+p(0'2)\cdot(0'15)} \mathbf{= 5/8 = 0'625}.$$

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} \, dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999