	Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad **Castilla y León**	**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES**	**EXAMEN** **Nº páginas: 2** (tabla adicional)

OPTATIVIDAD: CADA PERSONA DEBERÁ ESCOGER **TRES** PROBLEMAS Y **UNA** CUESTIÓN Y DESARROLLARLOS COMPLETOS.

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada problema se puntuará sobre un máximo de 3 puntos. Cada cuestión se puntuará sobre un máximo de 1 punto. Salvo que se especifique lo contrario, los apartados que figuran en los distintos problemas son equipuntuables. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de los tres problemas y la cuestión realizados. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados.

Problemas (a elegir tres)

P1. (Números y álgebra)

Una ONG organiza un convoy de ayuda humanitaria con un máximo de 27 camiones para llevar agua potable y medicinas a una zona devastada por unas inundaciones. Para agua potable dedica un mínimo de 12 camiones y para medicinas debe dedicar un número de camiones mayor o igual que la mitad del número de camiones dedicados a llevar agua. Enviar un camión con agua potable tiene un coste de 9000 euros, mientras que el coste para un camión de medicinas es de 6000 euros. Calcular, utilizando técnicas de programación lineal, cómo debe organizarse el convoy para que su coste sea mínimo ¿Cuánto es el coste de la solución óptima?

P2. (Números y álgebra)

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x+y-z=a \\ ax+2y-z=3a \\ 2x+ay-z=6 \end{cases}$$

a) Clasificar el sistema según su número de soluciones para los distintos valores de a.
b) Resolver el sistema para $a = 2$.

P3. (Análisis)

Una cadena local de TV ha determinado, por medio de encuestas, que el porcentaje de ciudadanos que la ven entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche viene dado por la función

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$$

donde t indica las horas transcurridas desde las 12 en punto de la mañana.

a) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia la cadena entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche? ¿Qué porcentaje de ciudadanos ven la cadena de TV a esas horas de máxima y mínima audiencia?
b) Dibujar la gráfica de la función S(t) para t comprendido entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche.

P4. (Análisis)

Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & si\ x \leq 2 \\ \frac{2x+71}{4x+7} & si\ x > 2 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de $f(x)$.

b) Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 2], dibujando el recinto correspondiente.

P5. (Estadística y probabilidad)

El tiempo que un autobús urbano tarda en realizar su ruta se ajusta a una distribución normal con media de 24 minutos y desviación típica de 8 minutos. Si cada día el autobús realiza 40 veces su ruta:

a) Calcular la probabilidad de que en un día el tiempo medio de las 40 rutas esté entre 22 y 27 minutos.

b) Calcular la probabilidad de que el autobús emplee más de 1080 minutos en total cada día para realizar su ruta esas 40 veces.

P6. (Estadística y probabilidad)

Una academia que prepara oposiciones está evaluando la calidad de sus resultados. Para ello toma una muestra de 50 opositores y comprueba que 20 han aprobado. Con esta información:

a) Determinar los parámetros media y desviación típica de la proporción muestral que estima la proporción de opositores aprobados. Calcular, utilizando la distribución normal asociada, la probabilidad de que la proporción muestral de aprobados esté entre el 35 % y el 45 %. (**hasta 2 puntos**)

b) Calcular un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de opositores aprobados de la academia. (**hasta 1 punto**)

Cuestiones (a elegir una)

C1. (Números y álgebra)

Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$. Calcular, cuando sea posible, los productos matriciales AB y BA.

C2. (Análisis)

Calcular el área limitada por la función $y = x^2$ y el eje OX entre los puntos $x = -1$ y $x = 2$.

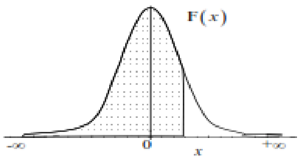
C3. (Estadística y probabilidad)

La ficha técnica del estudio social La vida en la Frontera con Portugal indica que se ha encuestado a 4450 individuos mayores de 14 años, residentes en Castilla y León que viven a menos de 25 km de la frontera con Portugal. La muestra se ha tomado de manera estratificada, con muestreo aleatorio simple en cada estrato. El error de estimación de la proporción de individuos de la población satisfechos con su zona de residencia es de ±1.4 % fijada una confianza del 95 %.

Para esta ficha técnica, identificar los siguientes elementos: Población, diseño muestral, tamaño muestral, parámetro estimado.

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$



	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9014
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9318
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

P1. (Números y álgebra)

Una ONG organiza un convoy de ayuda humanitaria con un máximo de 27 camiones para llevar agua potable y medicinas a una zona devastada por unas inundaciones. Para agua potable dedica un mínimo de 12 camiones y para medicinas debe dedicar un número de camiones mayor o igual que la mitad del número de camiones dedicados a llevar agua. Enviar un camión con agua potable tiene un coste de 9000 euros, mientras que el coste para un camión de medicinas es de 6000 euros. Calcular, utilizando técnicas de programación lineal, cómo debe organizarse el convoy para que su coste sea mínimo ¿Cuánto es el coste de la solución óptima?

Se trata de un problema de Programación Lineal.

Llamaremos "*x*" al número de camiones que se usarán para agua e "*y*" al número de camiones para medicinas.

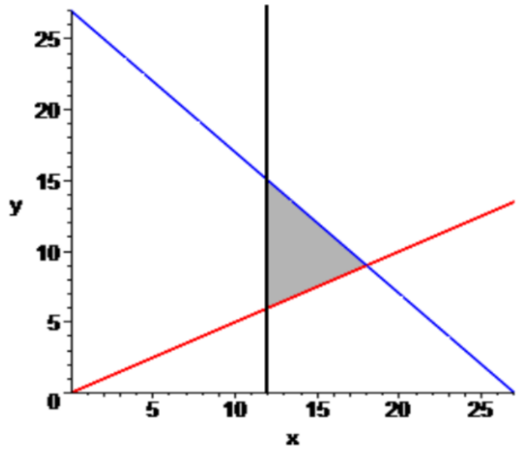
Podemos plantar el problema de la siguiente manera:

$$Mín\ f(x,y) = 9000x + 6000y$$

$$\begin{cases} x + y \leq 27(azul) \\ y \geq \dfrac{x}{2}(rojo) \\ x \geq 12(negro) \end{cases}$$

, donde *x* e *y* deben ser enteros positivos.

La región factible asociada a este problema es



Las soluciones de un PPL están en los vértices de la región, es decir, entre los puntos:

- Negro y rojo: (12, 6)
- Negro y azul: (12, 15)
- Azul y rojo: (18, 9)

En dichos puntos, la función objetivo vale:

$$\begin{cases} f(12,6) = 144000 \\ f(12,15) = 198000 \\ f(18,9) = 216000 \end{cases}.$$

Por tanto, el mínimo coste (144 000 €) se alcanza con 12 camiones de agua y 6 de medicinas.

P2. (Números y álgebra)

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real a:

$$\begin{cases} x + y - z = a \\ ax + 2y - z = 3a \\ 2x + ay - z = 6 \end{cases}$$

a) Clasificar el sistema según su número de soluciones para los distintos valores de a.

b) Resolver el sistema para $a = 2$.

a) La matriz ampliada asociada es $\bar{A} = \left(\underbrace{\begin{matrix} 1 & 1 & -1 \\ a & 2 & -1 \\ 2 & a & -1 \end{matrix}}_{A} \left| \begin{matrix} a \\ 3a \\ 6 \end{matrix}\right.\right)$

Estudiamos el rango de A y de $\bar{A}$:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ a & 2 & -1 \\ 2 & a & -1 \end{vmatrix} = -a^2 + 2a = 0 \Rightarrow a(-a+2) = 0 \Rightarrow \boxed{|A| = 0 \text{ si } \begin{matrix} a=0 \\ a=2 \end{matrix}}$$

Luego, $\boxed{\text{si } a \neq 0 \text{ y } a \neq 2} \Rightarrow R(A) = R(\bar{A}) = 3 = n^{\circ}$ incógnitas

por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, con solución única.

$\boxed{\text{Si } a = 0}$ como $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{Rango}(A) = 2$

y al ser $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow \text{Rango}(\bar{A}) = 3$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$R(A) \neq R(\bar{A})$ y por el teorema de Rouché-Frobenius el sistema es incompatible, sin solución.

$\boxed{\text{Si } a = 2}$ $\quad \bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 & 6 \\ \cancel{2} & \cancel{2} & \cancel{-1} & \cancel{6} \end{array}\right) \begin{array}{l} \rightarrow F_2 \\ \rightarrow F_3 \end{array}$ iguales

$\left.\begin{array}{l} \text{y } \begin{array}{cc} y & z \\ \downarrow & \downarrow \\ \end{array} \\ \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow R(A) = R(\bar{A}) <$ nº incógnitas y por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, con infinitas soluciones.

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

Cuando calculaste el rango de A, utilizaste el menor $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$, por lo tanto llamarás $x = \lambda$ pues es la incógnita que no interviene y te da el determinante $\neq 0$.

Luego $x = \lambda \Rightarrow \begin{cases} y - z = 2 - \lambda \\ 2y - z = 6 - 2\lambda \end{cases} \xrightarrow{\cdot(-1)}$ Por reducción

$$\oplus \begin{cases} -y + z = -2 + \lambda \\ 2y - z = 6 - 2\lambda \end{cases}$$

$\boxed{y = 4 - \lambda}$ Sustituyendo en la primera ecuación

$4 - \lambda - z = 2 - \lambda \Rightarrow -z = -2 \Rightarrow \boxed{z = 2}$

y la solución del sistema es (infinitas soluciones en función de $\lambda \in \mathbb{R}$)

$$\boxed{\begin{cases} x = \lambda \\ y = 4 - \lambda \quad \lambda \in \mathbb{R} \\ z = 2 \end{cases}}$$

P3. (Análisis)

Una cadena local de TV ha determinado, por medio de encuestas, que el porcentaje de ciudadanos que la ven entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche viene dado por la función

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$$

donde t indica las horas transcurridas desde las 12 en punto de la mañana.

a) ¿A qué hora tiene máxima y mínima audiencia la cadena entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche? ¿Qué porcentaje de ciudadanos ven la cadena de TV a esas horas de máxima y mínima audiencia?

b) Dibujar la gráfica de la función S(t) para t comprendido entre las 6 de la tarde y las 12 de la noche.

$$S(t) = 660 - 231t + 27t^2 - t^3$$

a) $S'(t) = -231 + 54t - 3t^2 \Rightarrow -231 + 54t - 3t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 7, t = 11.$

$$S''(t) = 54 - 6t \Rightarrow \begin{cases} S''(7) = 12 > 0 \rightarrow mínimo \\ S''(11) = -12 < 0 \rightarrow máximo \end{cases}.$$

Por tanto, la hora de menor porcentaje de audiencia son las 7 de la tarde y es del $S(7) = 23\%.$

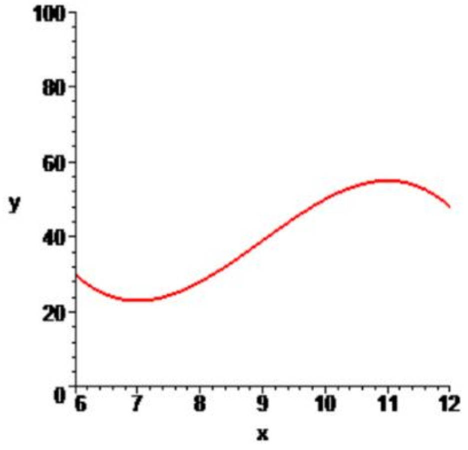
La hora de mayor porcentaje de audiencia son las 11 de la noche y es de $S(11) = 55\%.$

b) Para dibujar una función de grado tres es suficiente con conocer los puntos de corte con los ejes, los extremos y la monotonía de la función.

La función no corta a los ejes en ese intervalo. Además, sabemos que el mínimo de la función es el punto (7, 23) y el máximo es (11, 55).

También, la función pasa por el punto (6, 30) y por (12, 48).

Podemos, pues, dibujar la función como sigue:



P4. (Análisis)

Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & si\ x \le 2 \\ \frac{2x+71}{4x+7} & si\ x > 2 \end{cases}$$

a) Estudiar la continuidad de $f(x)$.

b) Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo [0, 2], dibujando el recinto correspondiente.

a)

f continua para todo $x \neq 2$ por ser polinómica para $x < 2$ y para $x > 2$ es una función racional continua pues $4x+7=0$, $x = -\frac{7}{4}$.

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 5 = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) \\ \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} \frac{2x+71}{4x+7} = \frac{75}{15} = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\exists \lim\limits_{x \to 2} f(x) = 5 = f(2) \Rightarrow$ Continua en $x=2$

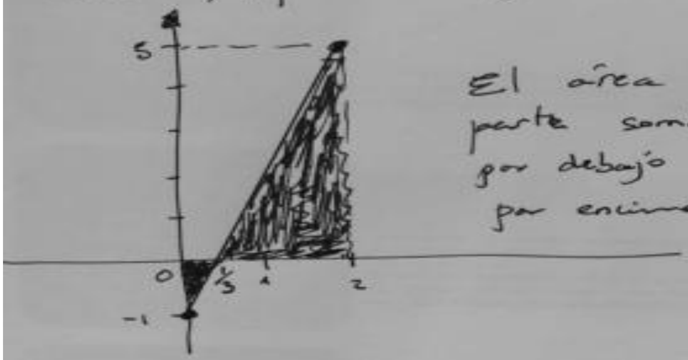
Por lo tanto continua en todo $\mathbb{R}$.

b)

en el intervalo $[0,2]$, pero antes de hacer la integral hay que ver si $f(x)$ corta al eje OX, es decir, hacemos $y=0 \Rightarrow 0 = 3x-1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$

Entonces, representando $y = 3x-1$ en $[0,2]$

x	y
0	-1
2	5



El área pedida, es la parte sombreada que hay por debajo del eje OX y por encima.

y el área es:

$$A = \left| \int_0^{1/3} (3x-1)\,dx \right| + \left| \int_{1/3}^{2} (3x-1)\,dx \right| =$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{25}{6} = \boxed{\frac{26}{6}\,u^2}$$

P5. (Estadística y probabilidad)

El tiempo que un autobús urbano tarda en realizar su ruta se ajusta a una distribución normal con media de 24 minutos y desviación típica de 8 minutos. Si cada día el autobús realiza 40 veces su ruta:

a) Calcular la probabilidad de que en un día el tiempo medio de las 40 rutas esté entre 22 y 27 minutos.

b) Calcular la probabilidad de que el autobús emplee más de 1080 minutos en total cada día para realizar su ruta esas 40 veces.

$\boxed{P.5}$ Variable aleatoria X = tiempo que tarda el autobús en realizar la ruta.

$X \equiv N(\mu, \sigma) \rightarrow X \equiv N(24, 8)$

$\mu = 24$ minutos

$\sigma = 8$ minutos

$n = 40$ tamaño de la muestra $\geq 30 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Las medias muestrales siguen una distribución

$\overline{X} \equiv N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow \overline{X} \equiv N(24; 1{,}265)$

a) Nos piden hallar la probabilidad:

$$\boxed{P(22 \leq \overline{X} \leq 27)} \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{22-24}{1{,}265} \leq Z \leq \frac{27-24}{1{,}265}\right) =$$

$$= P(-1{,}58 \leq Z \leq 2{,}37) = P(Z \leq 2{,}37) - P(Z \leq -1{,}58) =$$

$$= P(Z \leq 2{,}37) - (1 - P(Z \leq 1{,}58)) =$$

$$= P(Z \leq 2{,}37) + P(Z \leq 1{,}58) - 1 = 0{,}9911 + 0{,}9429 - 1 =$$

$$= \boxed{0{,}934}$$

b) Si emplea 1080 minutos en total, la media de ese día es $\frac{1080}{40} = 27$ minutos.

La probabilidad pedida es:

$$P\left(\overline{X} > \frac{1080}{40}\right) = P(\overline{X} > 27) \underset{\text{Tipificamos}}{=} P\left(Z > \frac{27-24}{1{,}261}\right) =$$

$$= P(Z > 2{,}37) = 1 - P(Z \leq 2{,}37) =$$

$$= 1 - 0{,}9911 = \boxed{0{,}0089}$$

5.b <u>OTRA FORMA:</u>

Si $X \equiv N(\mu, \sigma) \Rightarrow T = n \cdot X \equiv N(n\mu, \sqrt{n} \cdot \sigma)$

En nuestro caso $T \equiv N(40 \cdot 24, \sqrt{40} \cdot 8) = N(960, 50{,}6)$

y la probabilidad pedida es:

$$\boxed{P(T > 1080)} \underset{\text{Tipificamos}}{=} P\left(Z > \frac{1080 - 960}{50{,}6}\right) =$$

$$= P(Z \geq 2{,}37) = 1 - P(Z \leq 2{,}37) = \boxed{0{,}0089}$$

P6. (Estadística y probabilidad)

Una academia que prepara oposiciones está evaluando la calidad de sus resultados. Para ello toma una muestra de 50 opositores y comprueba que 20 han aprobado. Con esta información:

a) Determinar los parámetros media y desviación típica de la proporción muestral que estima la proporción de opositores aprobados. Calcular, utilizando la distribución normal asociada, la probabilidad de que la proporción muestral de aprobados esté entre el 35 % y el 45 %. **(hasta 2 puntos)**

b) Calcular un intervalo de confianza del 90 % para la proporción de opositores aprobados de la academia. **(hasta 1 punto)**

$\boxed{P.6}$ a) $n = 50$ tamaño de la muestra.

20 han aprobado.

$$\mu(p) = \frac{20}{50} = 0{,}4 \qquad \sigma_p = \sqrt{\frac{pq}{n}} = \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{50}} = 0{,}069$$

$$q = 1 - p \rightarrow q = 0{,}6$$

La distribución normal asociada es:

$$\hat{p} \equiv N\left(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}\right) \longrightarrow \hat{p} \equiv N(0{,}4\,;\,0{,}069)$$

La probabilidad pedida es:

$$P(0{,}35 \le \hat{p} \le 0{,}45) \underset{\text{tipificamos}}{=} P\left(\frac{0{,}35 - 0{,}4}{0{,}069} \le Z \le \frac{0{,}45 - 0{,}4}{0{,}069}\right) =$$

$$= P(-0{,}72 \le Z \le 0{,}72) = P(Z \le 0{,}72) - P(Z \le -0{,}72) =$$

$$= P(Z \le 0{,}72) - (1 - P(Z \le 0{,}72)) = 2 \cdot P(Z \le 0{,}72) - 1 =$$

$$= 2 \cdot 0{,}7642 - 1 = \boxed{0{,}5284}$$

b) Intervalo de confianza al 90%

$$I_{90\%} = \left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}\,,\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$$

Determinamos $z_{\alpha/2}$ de la tabla de la $N(0,1)$, sabiendo que se cumple que $P(-z_{\alpha/2} \le Z \le z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha = 0{,}9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2P(Z \le z_{\alpha/2}) - 1 = 0{,}9 \Rightarrow P(Z \le z_{\alpha/2}) = \frac{1 + 0{,}9}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0{,}95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}65$$

Así pues el intervalo de confianza buscado es:

$$\boxed{I_{90\%}} = (0{,}4 - 1{,}65 \cdot 0{,}069\,;\ 0{,}4 + 1{,}65 \cdot 0{,}069) =$$

$$= \boxed{(0{,}29\,;\,0{,}51)}$$

C1. (Números y álgebra)

Se consideran las matrices $A = (-2 \quad 1)$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$. Calcular, cuando sea posible, los productos matriciales AB y BA.

C2. (Análisis)

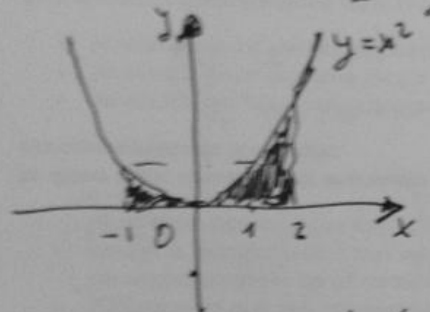
Calcular el área limitada por la función $y = x^2$ y el eje OX entre los puntos $x = -1$ y $x = 2$.

$\boxed{C.1}$ Sean $A = (-2 \quad 1)$ y $B = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$A \cdot B = (-2 \quad 1)\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = -2-3 = \boxed{-5}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot (-2 \quad 1) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$\boxed{C.2}$ ¿Área limitada por $y=x^2$, el eje OX y entre $x=-1$ y $x=2$?



Vemos que $y=x^2$ corta al eje OX en $x=0$ pero como lo hace tangencialmente sin atravesarlo, no tenemos que calcular el área como la suma de las dos integrales en valor absoluto, es decir:

$$A = \left| \int_{-1}^{0} x^2 dx \right| + \left| \int_{0}^{2} x^2 dx \right| = \left| \int_{-1}^{2} x^2 dx \right|$$

Además como se ve en la gráfica, el área es:

$$A = \int_{-1}^{2} x^2 \, dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^{2} = \frac{8}{3} - \left(\frac{-1}{3} \right) = \frac{9}{3} = \boxed{3u^2}$$

$$= \int_{-1}^{0} x^2 dx + \int_{0}^{2} x^2 dx$$

(Sin valor absoluto por estar el recinto, las dos partes por encima del eje OX)

C3. **(Estadística y probabilidad)**

La ficha técnica del estudio social La vida en la Frontera con Portugal indica que se ha encuestado a 4450 individuos mayores de 14 años, residentes en Castilla y León que viven a menos de 25 km de la frontera con Portugal. La muestra se ha tomado de manera estratificada, con muestreo aleatorio simple en cada estrato. El error de estimación de la proporción de individuos de la población satisfechos con su zona de residencia es de ±1.4 % fijada una confianza del 95 %.

Para esta ficha técnica, identificar los siguientes elementos: Población, diseño muestral, tamaño muestral, parámetro estimado.

$\boxed{C.3}$

$n = 4450$ tamaño muestral.

$E = \pm 0,014$ Error de la estimación.

$\alpha = 0,955$ nivel de confianza.

Población: individuos mayores de 14 años, residentes en Castilla y León a menos de 25 km de Portugal.

Diseño muestral: Muestra estratificada con muestreo aleatorio simple por estratos.

Parámetro estimado: proporción de individuos satisfechos con su zona de residencia.